

МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО

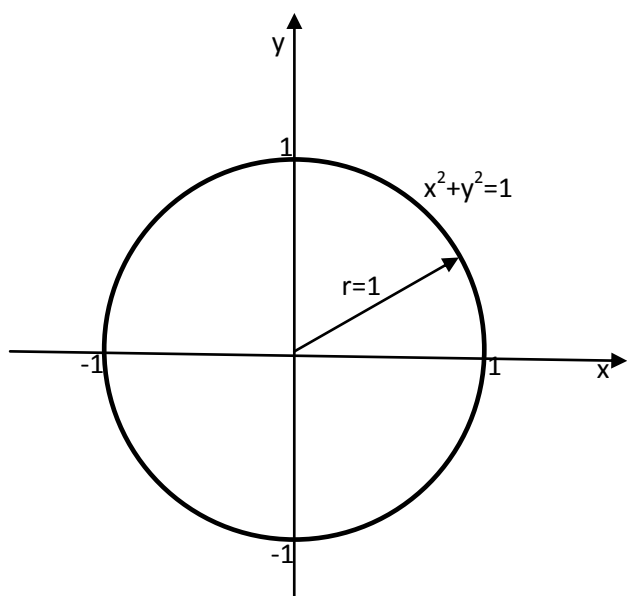
— метод статистических испытаний, состоящий в решении вычислительной математической задачи путем построения для нее *случайного процесса* с параметрами, равными искомым величинам этой задачи.

Используется для решения задач в различных областях физики, химии, математики, экономики, оптимизации, теории управления и др.

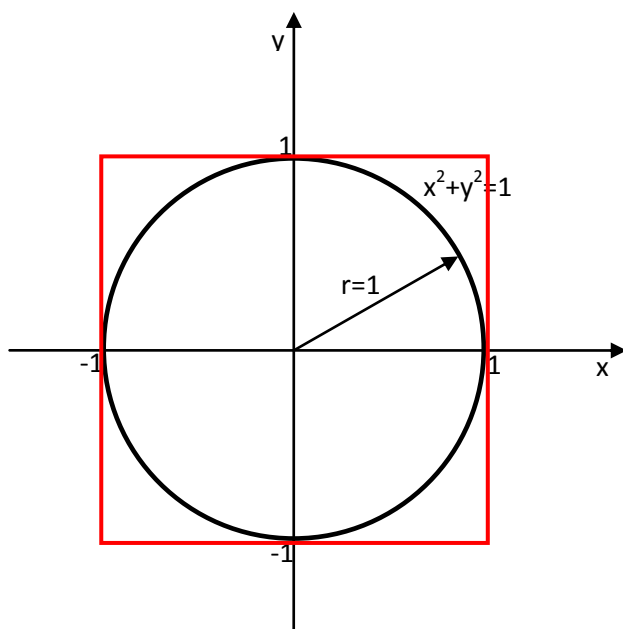
Метод Монте-Карло можно применить для определения площади криволинейной фигуры.

Задача. Определить площадь круга единичного радиуса.

1. В системе координат начертим окружность с радиусом, равным единице. Уравнение окружности $x^2 + y^2 = r^2$. При $r=1$ уравнение принимает вид $x^2 + y^2 = 1$

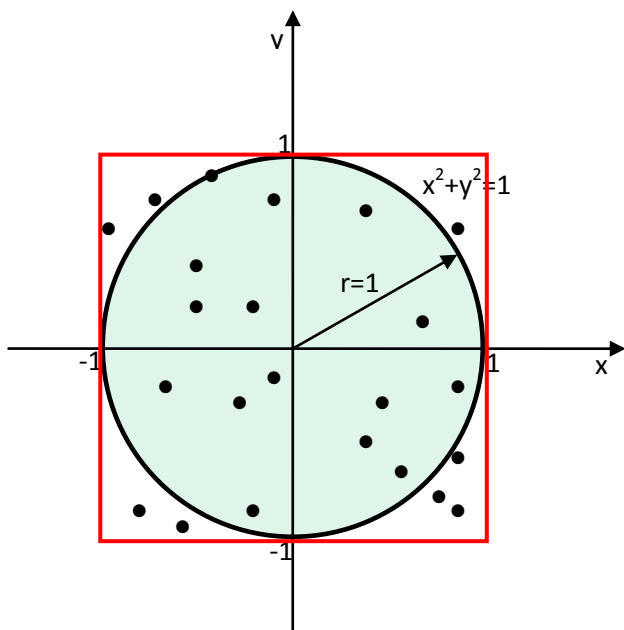


2. Очертим вокруг окружности простейшую прямоугольную фигуру, площадь которой очень легко найти. В данном случае это квадрат. Площадь данного квадрата **$S_{\text{кв}} = 4$**



3. Теперь представим, что мы кидаем шарики в данный квадрат, причем, ни один шарик не пролетает мимо квадрата. Шариков должно быть очень много, например, миллион. Внутри квадрата шарик может попасть в любую точку - может попасть в круг, а может и не попасть. Нужно подсчитать количество шариков, попавших в круг.
4. Предположим, что из миллиона брошенных шариков примерно половина попала в круг. Тогда можно предположить, что площадь круга составляет примерно половину площади квадрата. Если только четверть шариков попала в круг - значит, площадь круга составляет примерно четверть от площади квадрата. А если все шарики попали в круг? Тогда можно сделать вывод, что площадь круга равна площади квадрата!
5. Естественно, шарики - это только аналогия. Решение задачи сводится к следующему.
 - a. Программа случайным образом генерирует координаты x и y большого количества точек. Все точки должны находиться внутри квадрата.
 - b. Для каждой точки проверяется условие, попала ли точка в круг.
 - c. Вычисляется количество точек, попавших в круг.

Но как определить, что точка попала в круг? Для этого нужно вспомнить тему "Стрельба по мишени". См. ссылку на сайте <http://kfb7909.bget.ru/> Материал урока "*Стрельба по круглой мишени*"



Для точек, попавших в круг, выполняется неравенство $x^2 + y^2 \leq 1$

6. Для того, чтобы все точки попали в квадрат, все значения координаты x и y должны находиться в диапазоне от -1 до 1. Тогда
 $x = 2 * \text{random} - 1;$
 $y = 2 * \text{random} - 1$

7. Площадь круга определяется по формуле

$$S_{\text{круга}} = \frac{N1}{N} * S_{\text{кв}}, \quad \text{где}$$

N - общее количество всех точек

$N1$ - количество точек, попавших в круг

$S_{\text{кв}}$ - площадь квадрата

8. Для проверки результата вычислим площадь круга по формуле $S_{\text{круга}} = \pi r^2$. Для $r = 1$
 $S_{\text{круга}} = 3.14$

Ниже приведен текст программы. Запустите программу, меняя количество генерируемых точек. Как при этом меняется ответ? Каким может получиться ответ при количестве точек равном 1, 2, 5, 10? Почему?

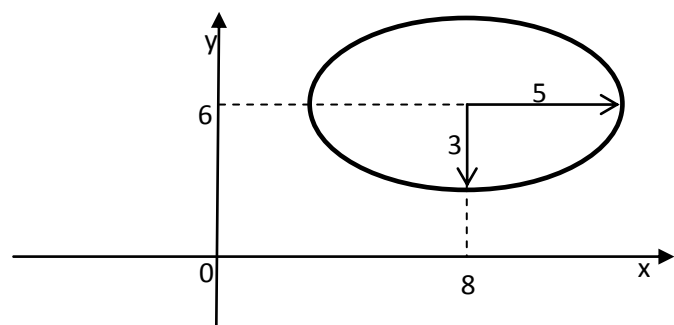
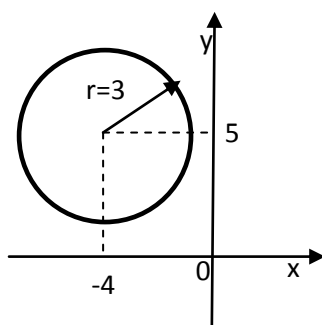
```

PascalABC.NET
Файл  Правка  Вид  Программа  Сервис  Модули  Помощь
monte_karlo_circle.pas*
program monte_karlo_circle;
{определить площадь круга радиусом 1}
const N=1000000;
var x,y:real;//случайные координаты точек
    i,k: integer;
    S:real;//площадь круга
BEGIN
    k:=0;
    for i:=1 to N do begin
        x:=2*random-1;//x в диапазоне от -1 до 1
        y:=2*random-1;//y в диапазоне от -1 до 1
        if (x*x+y*y<=1) then k:=k+1;
    end;
    S:=k/N*4;//4 - площадь описанного квадрата
    writeln('S= ',S)
END.

```

Задание

1. Составить программу для вычисления площади круга произвольного радиуса R . Радиус задается с клавиатуры при запуске программы
2. Для заданных криволинейных фигур:
 - a. перечертить фигуру в тетрадь
 - b. описать вокруг круга и овала простую фигуру
 - c. составить выражения с использованием функции **random** для случайных координат x и y точек, попадающих в простую фигуру (см пункты 2, 6). Попадание точек в круг и овал проверять не нужно!



3. Определить площадь криволинейной фигуры. для этого:
 - a. перечертить фигуру в тетрадь;
 - b. Описать вокруг нее простую фигуру (прямоугольник);
 - c. Найти координаты вершин описанного прямоугольника и его площадь;
 - d. Записать в тетрадь выражения для координат случайных точек, попадающих в прямоугольник (с использованием функции random);

- e. Записать в тетрадь условие для попадания точки в закрашенную область.
- f. Написать программу для определения площади криволинейной фигуры.
- g. Выполнить проверку правильности решения.

